

【原著】

児童・生徒の「高さ」の理解に関する考察 —平行四辺形の求積問題に関する横断的調査より—

辻 宏 子 (明治学院大学心理学部)

要 約

本研究の目的は、子どもの平面図形における「高さ」の理解について明らかにすることである。そのため、次の2つの調査を行った。調査1では、平行四辺形の求積問題に対する子どもの「高さ」の作図を分析するための図を選定するとともにその提示方法を検討した。調査2では、調査1で検討し選定した図をもちい、「高さ」の作図と求積のために使用した式の分析から、「高さ」の理解の特徴や学年間の相違を明らかにした。調査2の結果は次の3点にまとめられる。1)「高さ」の理解は十分でなく、「高さ」と斜辺を混同する子どもが、小学校、中学校ともに3割程度いる、2)どの辺を「底辺」とするかは、図形の配置ではなく、長辺とする傾向が強い、3)2)の背景には、「図形の内部に高さをとる」、「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある。

キーワード：高さ、底辺、平行四辺形の求積

1. 問題と目的

「高さ」は、小学校第5学年『B「量と測定」(1) 図形の面積』においてまず、図1のように定義される¹⁾。

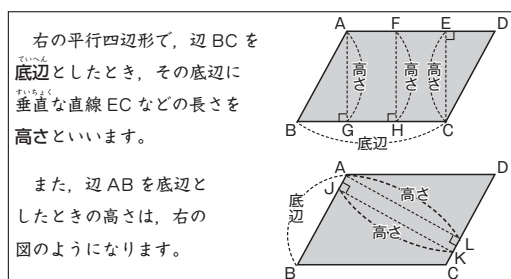


図1 東京書籍 新しい算数 5下, p.35

この後、第5学年では三角形や台形など他の平面図形における面積の求め方の場面で「高さ」が取り上げられる。また同学年の直方体や立方体の体積を求める場面において、空間図形の場合には、「底面」との関係で「高さ」を捉える

必要があることを学ぶ。さらに第6学年で角柱や円柱の場合の「高さ」の捉え方、中学校第1学年の錐体における「高さ」の捉え方や体積の求め方へとつながっていく。このように、繰り返し「高さ」に触れる機会が、学校教育には設けられている。しかし、その理解が十分ではないという指摘がある。

先にも述べたように、「高さ」は「底辺」や「底面」との関係から捉えることが必要である。また図の配置の仕方に関わらず、「高さ」を捉えられることが必要である。これに対し、Yerushalmyら(1990)やLaborde(1993)が指摘するように、図形学習において、「直角三角形は、底角に直角が配置されていないと、直角三角形と認識できない」など子どもは知覚的な要因に影響されやすく、これがつまずきの原因になっている場合があり、「高さ」の理解にも同様のことがいえる。

また、子どもの平面図形における「高さ」の理解が十分でないことは、文部科学省が実施す

る全国学力・学習状況調査(国立教育政策研究所, 2007; 2008; 2012a)の結果からも明らかである。小学校児童を対象に行った求積問題では、底辺の長さ、高さ、斜辺²⁾の長さが与えられた場面での求積問題などは正答率が高く、基本的な平面図形の求積についてはおおむね良好な結果を示している。いわば、公式をそのまま当てはめれば解けるような問題では正答を得ている。しかし、与えられている情報が多かたり、高さが図形の外にあったりする三角形の求積問題では、正答率が低くなり、求積に必要な適切な情報を取り出して面積を求めることには課題があることが指摘されている。

このことは、平成 24 年度全国学力・学習状況調査(以下、24 年度全国調査)における小学校算数 A で出題された問題に対する解答状況からも裏付けられる。24 年度全国調査では、図 2 のような三角形の底辺に対応する高さを選ぶ問題が出題されている。この問題に対する正答率は 54.9% であった。この問題における主な誤答は、②を選択する場合(24.1%)であり、児童が「高さは、三角形の内部にあると捉えている」ことがうかがえる(国立教育政策研究所, 2012b)。このような理解の背景にある要因について検討する必要があると考える。

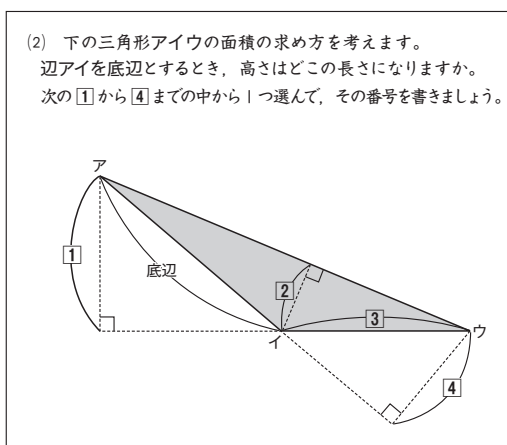


図 2 24 年度全国調査 小学校算数 A 5 より

さらに、子どもの「高さ」の理解について、
1) 日常的経験が、子どもの「高さ」の概念の

獲得に対して与える影響(例えば、高垣, 2000), 2) 平行四辺形などの求積に関する単元における長方形への変形から考える導入による高さとの混同(例えば、清野, 2011), 3) 中学校数学における論証における課題との関連(例えば、清水, 2007), について研究成果がある。特に 3) に関して、清水(2007)は、論証を学ぶ前の中学校第 2 学年の生徒に対して、小学校段階で学ぶ図形の性質を基にした合同の授業を計画し、実施している。その分析から、『小学校段階で学ぶ「底辺」や「高さ」が狭義な概念であると、合同の認識が変化しにくいという実態が明らかになった』(清水, 2007, p.1)と結論付けている。清水による『「底辺」や「高さ」が狭義な概念である』とは、生徒が『「底辺」を「図の下方に位置する辺』と捉えるなど、示された図の位置で「高さ」を決めてしまう場合を指す。すなわち、小学校から学ぶ図形、特に「高さ」などの構成要素間の関係からなる概念の形成が中学校での学習に重要な意味を持っていることを踏まえ、横断的に児童・生徒の現状を把握する必要がある。

辻(2012)では、子どもの「高さ」の理解を捉える調査を小学校第 5 学年の児童を対象に行った。図 3 はその調査問題の一部である。

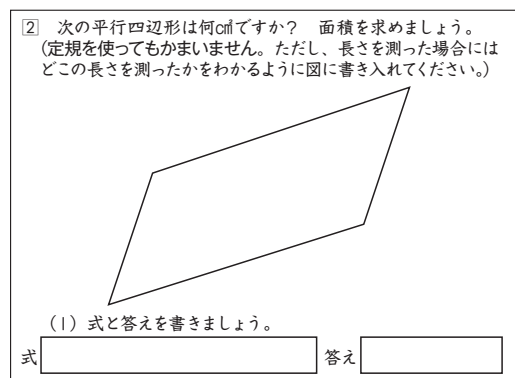


図 3 辻(2012)の問題

この調査の結果から、次の 2 点が明らかとなった。

○公式を記述できる児童のうち、約一割が実際に求積する際に「高さ」を斜辺と混同してい

る。これらの児童の傾向として、平行四辺形の求積において「高さ」をどのように学んだか、を思い出せないことがあげられる。

○公式を記述でき、実際に求積ができて、次のア、イのような児童が多数存在し、「高さ」の理解が不十分であるにも拘わらず、問題によって正答している場合があるなどのために、理解していない状態であることを見落とされている可能性がある。

ア 長方形の求積公式「たて×よこ」の「たて」が「高さ」に対応することを理解できていない。

イ 「高さ」が「底辺」との関係で決まることを理解していない場合がある。

一方、子どもが「高さ」をどのように理解しているかを明らかにするには、使用した問題に、改善すべき点のあることが分かってきた。図3について、高さの作図や辺を測定した数値などの図へのかき込みを分析した結果、児童にとって「底辺」は、水平あるいはそれに近い位置にある辺として捉えていると推測された。しかし、図3の平行四辺形では、児童が「高さ」を作図し、測定した際に、その値が整数になるのは、長辺を底辺とした場合に限られる。また、平行四辺形の配置が、短辺を「底辺」とした場合に「高さ」が作図しにくいことから、「底辺を延長して図形の外に高さをとる」可能性をはじめから除外していることが否めない。これより、平行四辺形の辺の長さ及び配置を検討して、辻(2012)の結果について再検証する必要がある。さらに先に述べた横断的に児童・生徒の現状を把握する必要性から、対象を拡大し、横断的な調査を計画・実施し分析を行う必要がある。

以上から、本研究の目的は、義務教育段階にある子どもの平面図形における「高さ」の理解の実態を捉えることである。そのためにまず、「高さ」の理解を明らかにするために適切な平行四辺形の辺の長さや配置について検討・考察する(調査1)。次に、学年進行に伴った理解の特徴や相違、その背景にある算数・数学に対する態度を明らかにする(調査2)。

2. 調査1

2.1. 方法

・調査協力者

首都圏公立中学校第2学年 83名(男38名、女45名)である。中学校第2学年を対象とした理由は、中学校生徒の平均的な状況を把握できる、また証明の学習を終えた生徒において、先述の清水(2007)が指摘する『「高さ」が狭義な概念』となっている状況を確認できる、と考えたためである。

・調査問題

調査は、(1)算数・数学に対する態度調査、(2)平行四辺形の求積問題、の二部構成である。

(1)について、対象者の基本情報(性別や生まれ月)及び算数・数学に対する嗜好(好き・嫌い)³⁾や有能感(得意・苦手)³⁾を質問し、子どもの算数・数学に対する態度を把握し、その影響を検討する。

(2)について、提示された問題は図4の通りである。この平行四辺形の短辺と長辺の長さはそれぞれ5cmと10cm、対応する高さは8cmと4cmである。長さや図の配置について平行四辺形をこのように設定したのは、1)底辺を長辺と短辺のどちらを選択して高さを作図しても、測定結果がすべて整数値になる、2)短辺を図の下位に配置し、高さを図の外に作図しやすい、ように配慮したからである。

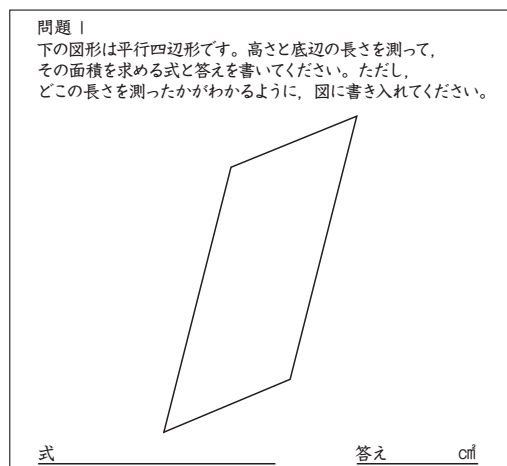


図4 平行四辺形の求積問題

(2) では、① 図に「高さ」を作図し、「底辺」の長さ「高さ」を測定する(以下、「高さ」の作図)、② 求積のための式と答えを書く(以下、求積問題)、の二つを求めた。

①について、図中に示された情報から選択する形式での解答ではなく、子どもが「底辺」を決め、対応する「高さ」の作図を求めることで、子どもが知覚的な要因と関わって抱えているであろう困難さを明らかにすることができる考えたからである。

②について、求積公式の理解状況を捉え、特に「高さ」を正しく作図できなくても、求積のための正しい式を用いている場合を把握することが、本研究の目的である「高さ」の理解を捉えることにつながると考える。このような子どもは、公式の意味を理解しているわけではなく、公式をそのまま当てはめればとけるような問題では正答を得ているだけになっており、その状況を捉えることができるからである。

・調査の実施方法

調査は、2014年3月に行った。調査問題は、すべてA4用紙に印刷して冊子にし、生徒に配布した。実施においては、(1)算数・数学に対する態度調査(1枚目)を3分、(2)平行四辺形の求積問題(2枚目)を3分と時間を区切り、前ページには戻らないようにした。調査の進行は、担任(中学校は教科担当)に依頼した。問題ごとの時間ならびに進行の手順については、問題冊子の表紙に提示するとともに、担任から口頭によっても生徒に知らせている。なお、問題等についての質問には応えず、生徒自身が思うように解答するように指示を出すことを依頼している。

2.2. 結果

調査の結果とその分析において、二項検定等の統計的な手法と、各問題の類型別の反応率および問題間のクロス集計、特定の類型に属する児童・生徒に注目した解答に対する質的分析などの結果を解釈することの総合的な方法によって進める。

(1) 算数・数学に対する態度調査

調査対象の数学に対する嗜好(「あなたは算数(数学)が好きですか?」, 4件法)及び、有能感(「あなたは数学が得意ですか」, 4件法)に関する回答結果は表1の通りである。

表1 数学に対する嗜好と有能感(調査数83名)

	1	2	3	4
嗜好	4 (5)	36 (43)	31 (37)	12 (15)
	40 (48)		43 (52)	
有能感	2 (2)	20 (24)	38 (46)	23 (28)
	22 (26)		61 (74)	

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合(%)を示す。選択肢は次の通りである。

〈嗜好〉1:とても好き, 2:好き, 3:嫌い, 4:とても嫌い
 〈有能感〉1:得意, 2:まあまあ得意, 3:苦手,

4:とても苦手

数学に対する嗜好について、好き(1・2)と嫌い(3・4)を合わせた結果からは、統計的に有意な差は見られなかった。これに対し、数学に対する有能感では、得意(1・2)と苦手(3・4)を合わせた結果から、5%水準で統計的に有意な差が見られ、中学校第2学年では、数学に対する苦手意識が強い状態にあるといえる。

(2) 平行四辺形の求積問題

① 「高さ」の作図

①の結果は、下表2の通りである。

表2 ①「高さ」の作図(調査数83名)

1	長辺を底辺にして高さをとる(正答)。	26 (31)
2	短辺を底辺にして高さをとる(正答)。	8 (10)
3	短辺と長辺(あるいはその逆)で底辺と高さとする。	26 (31)
4	短辺を底辺として対角線をひき、高さとする。	11 (13)
9	上記以外(2本の対角線をひく、整数値になるように線分をかく、など)。	11 (13)
0	無解答。	1 (1)

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合(%)を示す。

まず、正答者数は34名(41%)、誤答者数は49名(59%)であったが、統計的に有意な差は見られなかった。

次に正答者34名(41%)について、「長辺を

底辺にして高さをとる（正答）」生徒は 26 名（31%）であり、これらの生徒はすべて、図の内部に高さを作図していた。一方、「短辺を底辺にして高さをとる（正答）」生徒は 8 名（10%）であった。短辺を底辺とする場合、高さの作図の方法として図 5 にある 2 通りの場合が主に考えられる。8 名の生徒はすべて、図 5 右のように、図の外に高さを作図していた。

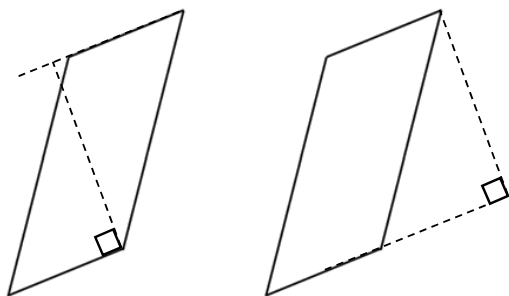


図 5 予想される「高さ」の作図

最後に誤答者 49 名（59%）について、「短辺と長辺（あるいはその逆）で底辺と高さとする」生徒は 26 名（31%）であった。この中には、対角線をひいている生徒が数名いたが、いずれも測定している長さは短辺と長辺だけであった。また「短辺を底辺として対角線をひき、高さとする。」生徒は 11 名（13%）であった。これらの生徒はいずれも直角の記号をかき入れていなかった。そのため短辺と対角線が直交しているように「見える」から「高さ」としているのか、そもそも対角線を「高さ」と考えているのかは、明確にできなかった。

② 求積問題

②の結果は、下表 3 および①と②のクロス集計は表 4 の通りである。

まず、正答者数は 37 名（45%）、誤答者数は 46 名（55%）であったが、統計的に有意な差は見られなかった。

次に、正答者 37 名（45%）について、「 10×4 （正答）」と解答している生徒は 24 名（29%）であり、「 5×8 （正答）」と解答している生徒は 13 名（16%）であった。ただし表 4 より、「 5

$\times 8$ （正答）」と解答している生徒の中には、①で「短辺を底辺として対角線をひき、高さとする」生徒 6 名が含まれていた。図 4 の平行四辺形では、対角線の長さがおよそ 8cm であり、高さとほとんど変わらないことから生じた解答と考える。よって実際に「高さ」を理解し、平行四辺形の求積を行うことができていると考えられる生徒は 31 名（37%）である。

表 3 ②求積の式（調査数 83 名）

1	$10 \times 4 = 40$ （正答）	24 (29)
2	$5 \times 8 = 40$ （正答）	13 (16)
3	10×5 あるいは 5×10	20 (24)
4	$10 \times 4 \div 2$, $5 \times 8 \div 2$ など三角形の求積公式を用いている。	7 (8)
9	上記以外。	15 (18)
0	無解答。	4 (5)

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合（%）を示す。

表 4 ①と②の関連（調査数 83 名）

① \ ②	1	2	3	4	9	0
	24	0	1	0	1	0
2	0	7	0	1	0	0
3	0	0	15	4	6	1
4	0	6	2	0	2	1
9	0	0	2	2	6	1
0	0	0	0	0	0	1

※数字は該当する生徒数であり、各解答項目の内容は以下の通りである。

〈①について〉

- 1：長辺を底辺にして高さをとる（正答）。
- 2：短辺を底辺にして高さをとる（正答）。
- 3：短辺と長辺（あるいはその逆）で底辺と高さとする。
- 4：短辺を底辺として対角線をひき、高さとする。
- 9：上記以外（2本の対角線をひく、整数値になるように線分をかく、など）。
- 0：無解答

〈②について〉

- 1： $10 \times 4 = 40$ （正答）
- 2： $5 \times 8 = 40$ （正答）
- 3： 10×5 あるいは 5×10
- 4： $10 \times 4 \div 2$, $5 \times 8 \div 2$ など三角形の求積公式を用いている。
- 9：上記以外。
- 0：無解答。

最後に誤答について、「 10×5 あるいは 5×10 」と解答している生徒が 20 名（24%）であった。また、「 $10 \times 4 \div 2$, $5 \times 8 \div 2$ など三角形の求積公式を用いている」と解答し、三角形の面

積公式と混同している生徒が、7 名 (8%) であった。

2. 3. 考察

辻 (2012) では、子どもの「高さ」の理解を明らかにするために、平行四辺形の高さを作図し、求積する問題を設定したが、図 3 のような平行四辺形の大きさや配置では、必ずしも適切ではないことが分かってきた。例えば、児童が「底辺」は、水平あるいはそれに近い位置にある辺として捉え、高さの作図を行っているとは推測したが、それは平行四辺形の辺の長さや配置に影響を受けているように考えられたからである。

これに対し調査 1 の結果から、図 4 を用いると、①において「長辺を底辺にして高さをとる (正答)」生徒、②において「 10×4 (正答)」と解答している生徒や「 10×5 」と解答している生徒、それぞれの数が多かったことから、生徒が底辺の配置ではなく、長辺を底辺として捉える傾向にあることが分かった。またそうすることで「図形の内部に高さを取りやすい」と考えているのではないかということが推測された。この「図形の内部に高さをとる」という考えは、図 4 の場合、「短辺を底辺として対角線をひき、高さとする」生徒が少なからずいたということからも裏付けられる。つまり、一見「高さ」について理解ができていような子どもにおいても、「高さ」は図形の内部になくはならないという誤った信念を持っていることが推測される。そうした点を明らかにすることから、調査 2 においては、図 4 を用いて調査を行うこととする。

3. 調査 2

3. 1. 方法

・調査協力者

調査協力者は、首都圏公立小中学校の児童・生徒 545 名 (男 331 名、女 302 名) である。学年等の内訳は以下の通りである。

〈内訳〉

小学校第 6 学年 89 名 (男 44 名、女 45 名)
 中学校第 1 学年 202 名 (男 100 名、女 102 名)
 中学校第 2 学年 182 名 (男 103 名、女 79 名)
 中学校第 3 学年 161 名 (男 84 名、女 76 名)

・調査問題

調査は、調査 1 と同じものを使用し、(1) 算数・数学に対する態度調査、(2) 平行四辺形の求積問題 (図 4)、の二部構成である。

・調査の実施方法

調査は、2015 年 5 月から 7 月に実施した。調査の実施方法は、調査 1 と同様である。

3. 2. 結果

調査の結果とその分析において、二項検定等の統計的な手法と、各問題の類型別の反応率および問題間のクロス集計、特定の類型に属する児童・生徒に注目した解答に対する質的分析などの結果を解釈することの総合的な方法によって進める。

(1) 算数・数学に対する態度調査

調査対象の算数・数学に対する嗜好 (「あなたは算数 (数学) が好きですか?」, 4 件法) に関する回答結果は表 5 の通りである。

表 5 算数・数学に対する嗜好 (調査数 633 名)

	1	2	3	4
小 6	15 (17)	45 (51)	26 (29)	3 (3)
	56 (68)		29 (32)	
中 1	49 (24)	105 (52)	38 (19)	10 (5)
	154 (76)		48 (24)	
中 2	30 (16)	87 (48)	45 (25)	20 (11)
	117 (64)		65 (36)	
中 3	20 (13)	72 (45)	41 (26)	27 (17)
	92 (58)		68 (42)	

※数字は該当する生徒数、() 内は調査数に占める割合 (%) を示す。選択肢は次の通りである。

〈嗜好〉 1: とても好き, 2: 好き, 3: 嫌い, 4: とても嫌い。

好き (1・2) と嫌い (3・4) を合わせた結果から、小学校第 6 学年から中学校第 2 学年までの児童・生徒では 5% 水準で統計的に有意な差がみられ、これらの学年は、算数・数学に対す

る嗜好が好ましい状態にあるといえる。

また、算数・数学に対する自己効力感についての回答結果は表6の通りである。

表6 算数・数学に対する有能感 (調査数 633名)

	1	2	3	4
小6	16 (18)	33 (38)	30 (34)	9 (10)
	49 (56)		39 (44)	
中1	27 (13)	72 (36)	72 (36)	31 (15)
	99 (49)		103 (51)	
中2	22 (12)	68 (37)	64 (35)	28 (15)
	90 (49)		92 (50)	
中3	18 (11)	47 (29)	61 (38)	35 (22)
	65 (40)		96 (60)	

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合 (%)を示す。選択肢は次の通りである。
(有能感) 1:得意, 2:まあまあ得意, 3:苦手, 4:とても苦手

得意 (1・2) と苦手 (3・4) 表を合わせた結果から、5%水準で中学校第3学年の生徒のみ統計的に有意な差がみられた、これより、中学校第3学年においては数学に対する苦手意識が強い状態にあるといえる。

(2) 平行四辺形の求積問題

① 「高さ」の作図

① 「高さ」の作図の結果は、下表7の通りである。

表7 ① 「高さ」の作図 (調査数 633名)

学年 \ 解答	1 (正答)	2 (正答)	3	4	9	0
小6	40(45)	3(3)	26(30)	6(7)	9(10)	4(5)
中1	70(35)	3(1)	62(31)	14(7)	30(15)	23(11)
中2	51(28)	3(2)	76(42)	14(8)	20(11)	18(10)
中3	46(29)	10(6)	52(32)	8(5)	12(7)	33(20)

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合 (%)を示す。各解答項目の内容は以下の通りである。

- 1: 長辺を底辺にして高さをとる (正答)。
- 2: 短辺を底辺にして高さをとる (正答)。
- 3: 短辺と長辺 (あるいはその逆) で底辺と高さとする。
- 4: 短辺を底辺として対角線をひき、高さとする。
- 9: 上記以外 (2本の対角線をひく、整数値になるように線分をかく、など)。
- 0: 無解答

① 「高さ」の作図について

小学校第6学年から中学校第3学年までのすべての学年で誤答者数が多くいたが、二項検定

を実施した結果、中学校第1学年から第3学年においてのみ、5%水準で統計的に有意な差がみられた。特に中学校第2, 3学年においては表7からもわかるように「長辺を底辺にして高さをとる (正答)」生徒が他の学年に比べて少なく、中学校第2学年では「短辺と長辺 (あるいはその逆) で底辺と高さとする」生徒数が、中学校第3学年では無解答の生徒数が、他の学年と比べ特に多かった。

次に正答している児童・生徒の作図等のかき込みについて、「長辺を底辺にして高さをとる (正答)」児童・生徒はすべて、平行四辺形の内部に高さを作図している。一方、「短辺を底辺にして高さをとる (正答)」児童・生徒は、図5左あるいは図6のように底辺とした短辺の内部から高さを作図する場合がみられた (中学校第3学年: 10人中5人, 小学校第6学年及び中学校第2学年: 3人中2人, 中学校第1学年: 3人中1人)。

最後に誤答について、どの学年も「短辺と長辺 (あるいはその逆) で底辺と高さとする」児童・生徒数が多く、「高さ」と斜辺を混同している生徒がいることが明らかとなった。また「短辺を底辺として高さをはき、高さとする」児童・生徒がどの学年にも1割程度おり、いずれも直角の記号をかき入れていない。

② 求積問題

②の結果は、下表8の通りである。

表8 ② 求積の式 (調査数 633名)

学年 \ 解答	1 (正答)	2 (正答)	3	4	9	0
小6	42(48)	8(9)	21(24)	5(6)	5(6)	7(8)
中1	74(37)	15(7)	53(26)	12(6)	41(20)	7(3)
中2	46(25)	14(8)	62(34)	18(10)	31(17)	11(6)
中3	44(27)	16(10)	39(24)	16(10)	22(14)	24(15)

※数字は該当する生徒数、()内は調査数に占める割合 (%)を示す。各解答項目の内容は以下の通りである。各解答項目の内容は以下の通りである。

- 1: $10 \times 4 = 40$ (正答)
- 2: $5 \times 8 = 40$ (正答)
- 3: 10×5 あるいは 5×10
- 4: $10 \times 4 \div 2$, $5 \times 8 \div 2$ など三角形の求積公式を用いている。
- 9: 上記以外。
- 0: 無解答。

小学校第 6 学年及び中学校第 1 学年では、正答者数と誤答者数の間に統計的に有意な差はなかった。これに対し、中学校第 2, 3 学年では 5% 水準で統計的に有意な差がみられ、誤答者数が多い結果となり、平行四辺形の求積公式の理解において課題のある状態であるといえる。また、表 8 からわかるように、中学校第 2, 3 学年のどちらも「 $10 \times 4 = 40$ (正答)」と解答する生徒数が他の学年に比べて少なく、中学校第 2 学年では「 10×5 あるいは 5×10 」と解答する生徒数が、中学校第 3 学年では無解答の生徒数が特に多かった。

次に、正答について、「 $10 \times 4 = 40$ (正答)」と解答する児童・生徒数がどの学年も多い。また「 $5 \times 8 = 40$ (正答)」と解答する生徒の中には、①で「短辺を底辺とした対角線をひき、高さとする」児童・生徒が含まれている。よって「高さ」を理解し、平行四辺形の求積を行うことができている児童・生徒の実数は、小学校第 6 学年で 42 名 (48%)、中学校第 1 学年で 70 名 (35%)、第 2 学年で 47 名 (26%)、第 3 学年で 50 名 (31%) である。

最後に誤答について、「 10×5 あるいは 5×10 」と解答している児童・生徒がどの学年も多かった。また「 $10 \times 4 \div 2$ 、 $5 \times 8 \div 2$ など三角形の求積公式を用いている」と解答し、三角形の面積公式と混同している児童・生徒がどの学年にも 1 割程度いる。

3. 3. 考察

まず、すべての学年において「高さ」および平行四辺形の求積についての理解が十分でなく、1 で述べたように、継続的な図形学習を通して「高さ」に繰り返し触れているにもかかわらず、理解が深まっているわけではないことが明らかとなった。特に中学校第 3 学年において、他の学年と比べると、(2) 平行四辺形の求積問題における①と②の双方で無解答の生徒数が特に多かったことは、(1) 算数・数学に対する態度調査の結果から、数学に対する苦手意識が強い状態にあることが背景にあることがうかがわ

れる。また、中学校第 2 学年では数学に対する嗜好が好ましい状態にあるにも関わらず、(2) 平行四辺形の求積問題における誤答者が統計的に有意に多い結果であることから、中学校第 2 学年から、第 3 学年にかけて学習指導の再検討など教育的配慮を考える余地がある。

次に、(2) 平行四辺形の求積問題の結果について、①において「長辺を底辺にして高さをとる (正答)」生徒、②において「 10×4 (正答)」と解答している生徒や「 10×5 」と解答している生徒、それぞれの数が多かったことから、生徒が長辺を底辺として捉える傾向にあることが分かった。また、調査 1 の結果からこの傾向と関連して子どもが「図形の内部に

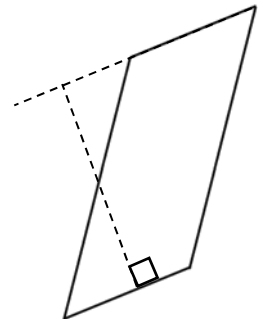


図 6 生徒の解答例

高さを取りやすい」と考えているのではないかと推測された。これに対し、①で「短辺を底辺にして高さをとる (正答)」児童・生徒が、図 5 左あるいは図 6 のように底辺とした短辺の内部から高さを作図する場合が多くみられたことから、「図形の内部に高さをとる」とともに、「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがあることが推測される。

①で「短辺と長辺 (あるいはその逆) で底辺と高さとする」児童・生徒がどの学年にも 3 割程度おり、「高さ」と斜辺を混同している生徒が小学校においても中学校においても多いことが明らかになった。しかし特に中学校第 2 学年で多い理由については明らかにすることはできていない。またこれらの中には、②において、三角形の求積公式や台形の求積公式を回答している児童・生徒がいる。公式について暗記するだけでなく、「高さ」とともに公式の意味の理解を支える学習指導を検討する余地があると考えられる。

4. 結論と今後の課題

本研究の二つの調査から、「高さ」の理解に関して、次のことが明らかになった。

- 1) 「高さ」の理解は十分でなく学年進行で下降傾向にあり、中でも「高さ」と斜辺を混同している」子どもが、小学校、中学校ともに3割程度いる。
- 2) どの辺を「底辺」とするかは、図形の配置ではなく、長辺とする傾向が強い。
- 3) 「長辺を底辺とする」背景には、「図形の内部に高さをとる」、「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある。

今後の課題として、今回明らかにすることができなかった点の検討がある。一つは、短辺と長辺の積によって平行四辺形の求積を行っている児童が、どちらを底辺として考えているかについて明らかにし、「長辺を底辺として捉える」という傾向について、さらに検討・考察を進めることである。次に、三角形の場合について、「高さ」の理解の状況が平行四辺形の場合と異なるのかという点である。高さが図形の外部にある三角形の場合では、今回の調査では正答であっても、上記1) から3) のような問題を抱えている児童・生徒には「高さ」を作図することができない可能性がある。この点については異なる調査を計画することが必要である。最後に、「高さ」の理解を支える教育的な観点からの研究を計画することである。

謝辞

本調査には、首都圏の小学校・中学校の児童生徒、先生方にご協力いただきました。この場を借りて深くお礼申し上げます。

註

註1：第5学年の『図形の面積』の学習が、三角形の面積から進められる教科書もある。その場合も同様に底辺との関係から定義されている。

註2：「斜辺」の用語について、本来、数学的

には直角三角形の直角をなす頂点に対する対辺を意味する。しかし全国学力・学習状況調査の報告書等で、本稿と同様の意味で用いられていることから、本稿では平行四辺形の底辺に隣接する辺を意味するとして扱う。

註3：「嗜好」や「有能感」について、本研究では、一般的な意味で用いている。認知心理学等で学問的に定義されている意味として用いていない。

引用・参考文献

- 国立教育政策研究所. (2007). 平成19年度全国学力・学習状況調査 小学校 解説資料. http://www.nier.go.jp/tyousa/07kaisetsu_shou_sansuu.pdf, (2016年7月現在).
- 国立教育政策研究所. (2008). 平成20年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書. <http://www.nier.go.jp/08chousakekkahoku/index.htm> (2016年7月現在).
- 国立教育政策研究所. (2012a). 全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～小学校編. <http://www.nier.go.jp/4nenmatome/> (2016年7月現在).
- 国立教育政策研究所. (2012b). 平成24年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書. http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoku/03shou_houkokusho.htm (2016年7月現在).
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: the case of geometry, in C. Keitel & K. Ruthven (eds.), *Learning from Computers, mathematics education and technology* pp.48-67, Springer-Verlag.
- 清野佳子. (2011). 「面積の概念の統合的な理解を図る指導の工夫—図形の性質に着目した変形操作を通して—」. 日本数学教育学

会誌, 第 93 卷, 第 2 号, pp.2-10.

清水則仁. (2007). 「論証を視野に入れた図形指導についての一考察 - 合同の認識の中心に -」. 第 40 回数学教育論文発表会論文集, pp.703-708.

高垣マユミ. (2000). 「小学生は高さをどのようにとらえているのか: 「日常的経験から得た高さ」と「平面図形における三角形の高さ」との関連」. 発達心理学研究, 第 11 巻, 第 2 号, pp.112-121.

高垣マユミ. (1999). 「図形概念の拡張にかかわる子どもの日常的概念について - 高さ概念の獲得過程に関する調査研究 -」. 日本数学教育学会誌, 第 81 巻, 第 8 号, pp.138-145.

辻宏子. (2012). 「平行四辺形の求積問題の解決にみる子どもの「高さ」の理解」. 日本数学教育学会誌, 第 94 巻 4 号, pp.2-11.

Yerushalmy, M. & Chazan, D. (1990). Overcoming visual obstacles with the aid of the supposer, *Educational study in mathematics* 21 (3), pp.199-219, Springer.

A Study on Children's Understanding about "Height"

Hiroko TSUJI

(Faculty of Psychology, Meiji Gakuin University)

Abstract

The purpose of this study is to examine the state of children's understanding about "Height". In this study, two surveys were carried out: 1) The verification of research method, 2) Cross-sectional survey for examining the state of children's understanding about "Height" through problem solving for geometrical construction and measuring the area. Conclusion of this study is the following three points. 1) About 30% of the participants confused height and hypotenuse, and the proportion of the children who understand "Height" decrease as the school year goes up. 2) Children has a strong tendency to recognize the long side as the bottom. 3) The result of 2) indicates that children has an idea they focus on the inside of the bottom when they construct the height.