

浅水波の方程式で迫るブラックホールの謎

酒井 一 博

1. ブラックホールとは

ブラックホールとは、強い重力効果により光さえも出て来られない時空の領域を指す。ブラックホールは大質量星の最期に形成され、また多くの銀河の中心に存在すると考えられている。理論的には、一般相対論の基礎方程式であるアインシュタイン方程式の解として記述され、1916年に発表されたシュワルツシルト解を筆頭に、いくつものブラックホール解が知られている。ブラックホールの最たる特徴は、事象の地平面 (event horizon) を持つことである。事象の地平面とは、いかなる手段を用いてもその内側から外側へ影響を及ぼすことができない境界面を指す。これが在るがゆえに、ブラックホールの外にいる観測者は、内部について一切情報を得ることができない。恒星や、時には銀河に匹敵する質量を持ちながら、自ら光を発しない。このためブラックホールの直接観測は長らく困難とされてきた。

しかしながら2015年になって、LIGO (米国にある重力波検出施設) はブラックホールの連星の衝突合体により生じた重力波を直接観測することに成功した。また2019年には、Event Horizon Telescope (地球上の複数の電波望遠鏡を結合させて作った高感度・高解像度の仮想的な望遠鏡) による、電波の波長域でのブラックホールの直接撮影画像が公開された。(ただしブラックホール自体は電磁波を出さないの、撮影されたのはブラックホールの周りにある降着円盤である。光子球と呼ばれる、ブラックホールのやや外側を空間の歪みの効果によって周回する光のなす球面の存在も確認された。) このようにブラックホールの観測研究は近年発展が著しい分野で、さらなる成果が期待されている。

2. ブラックホールの蒸発と情報問題

上述のように、ブラックホールの直接観測は最近始まったばかりだが、理論研究は大きく先行している。1974年にホーキングは、ブラックホールからは熱的な放射があると指摘して、人々を驚かせた。これはホーキング放射と呼ばれる。ブラックホールは放射すなわち電磁波を含めた、あらゆるものを吸い込む一方ではなかったのか。実は、ブラックホールから何も出て来られない、というのはあくまでも古典物理学 (古典論) に基づいた話である。我々の世界は、正確に言えば量子力学 (量子論) に従っている。ただし通常は原子分子以下のスケールを見ない限り、量子論の効果は小さく無視できるため、日常生活の大抵のことを説明するには古典論で事足りる、ということである。古典論では単に何もない状態を表す真空も、量子論に基づけば、常に粒子・反粒子の対生成・対消滅が起こっている、非常に豊かな状態である。多くの場合、対生成した粒子対はすぐまた対消滅してしまうが、事象の地平面のすぐ外で粒子・反粒子の対生成が起こり、片方

がブラックホールに吸い込まれてしまうと、もう片方は対消滅する相手を失い、ブラックホールの外に向かって放たれる場合があるだろう。これがホーキング放射の仕組みである。

ホーキング放射はエネルギーを外に運び出すため、ブラックホールはエネルギーを失い、小さくなってゆく。これはしばしばブラックホールの蒸発と表現される。ただし、ホーキング放射はあくまでも量子論的な効果であり、現実には極めてわずかなものにとどまることに留意された。例えば、太陽質量程度のブラックホールが完全に蒸発するのにかかる時間は約 10^{67} 年であり、これは現在の宇宙年齢138億年（ $\sim 10^{10}$ 年）と比較しても、気の遠くなるような長さである。我々人類がブラックホールの蒸発を観測できるとは考えにくい、一方で物理学の理論があらゆる対象を矛盾なく記述できるかどうかを検証する観点からは、ブラックホールの蒸発のような極端な例を議論することに、実は大きな意義がある。

ホーキング放射が完全な熱放射だとすると、これは温度以外の情報を持たないため、初期にブラックホールに落ち込んだ情報はブラックホール内に残っていることになる。しかし、ブラックホールが完全に蒸発し消滅してしまうと、情報もこの宇宙から完全に消え去ることになる。しかしこれは量子力学の基本的な性質（閉じた系の時間発展はユニタリ性をもつ；意識するならば、情報は勝手には消えてなくなる）と矛盾してしまう。これはブラックホールの情報問題と呼ばれ、長年の謎であったが、量子重力理論・量子情報理論の近年の発展により、部分的な理解が得られるようになった。端的に言えば、ホーキング放射は完全な熱放射ではなく、ブラックホール内部の情報を運び出すことが判明している。

3. KdV方程式（解けることで有名な浅水波の方程式）を用いた2次元重力理論の解析

ブラックホールには物体とともに情報が吸い込まれ、またホーキング放射により情報が出てくることが分かったが、この情報の増減をブラックホールのエントロピー（ \equiv 情報量）の時間変化として、理論から定量的に予測できると嬉しい。先述のように、ブラックホールは一般相対論すなわち重力理論で記述され、またホーキング放射は量子効果により生じるので、立脚すべき理論は量子重力理論ということになる。実は物理学において、量子重力理論は未完成であり、現在もその構築の努力が続けられている。少し細かくなるが、我々の住んでいるような4次元時空（空間3次元+時間1次元）での量子重力理論は難しいが、2次元空間での量子重力理論については、かなり解明が進んでおり、具体的な計算が可能である。そこで空間次元については妥協し、2次元量子重力理論においてブラックホールの性質を解明する試みが以前から行われてきた。この分野において、特にこの十年ほどの間に研究の大きな進展があり、現在世界中で活発に研究が行われている。

2次元重力理論とひとくちに言っても、実は無数の種類がある。重力理論に限らず、素粒子物理学の基礎をなす場の理論の分野では、何かを調べる際に、立脚する理論（=モデル）を一つに限定するのではなく、理論の集合体を一挙にまとめて扱うという考え方・方法論がある。全体をまとめて見る方が、個々の理論を別々に扱うより、かえって見通しがよくなる場合があるのである。2次元重力理論についても、同様の取り扱いが可能である。このとき、少しずつ異なる2次元重力理論の物理量同士がどのように関係づくかがKorteweg-De Vries (KdV) 方程式により統制さ

れる、という結果が知られている。(これはウィッテン予想 (1991年) およびそのコンツェビッチによる証明 (1992年) に基づく。)

KdV方程式とは、19世紀末から知られている偏微分方程式で、浅水波 (水深が一定かつ波の振幅と比べて浅い水路等で水面に生じる波) をよく記述する。またKdV方程式は、非線形にも関わらず厳密解を構成することのできる偏微分方程式の代表例でもあり、数学や物理の様々な局面で顔を出す。

2019年から信州大学の奥山氏と始めた一連の共同研究では、無数の2次元重力理論において、基本的な物理量である多境界分配関数を、KdV方程式に基づき効率よく計算する手法の枠組みを構築した。また、ブレーンと呼ばれる膜状の物体が空間を占める場合の影響についても一般論を構築した。これらの枠組みの一つの応用として、サバティカル期間中には、2次元重力理論のモデルとして代表的なJackiw-Teitelboim (JT) 重力理論における、蒸発するブラックホールのエントロピーの時間変化のグラフ (ページ曲線と呼ばれる) を、定量的に導出するという研究を行った。