『心理学紀要』（明治学院大学）第 28 号　2018 年　59-70 頁

【資料】

児童・生徒の「高さ」の理解に関する考察 (2)
―平面図形の求積問題に関する横断的調査より―

辻　　宏　子（明治学院大学心理学部）

要　約

本研究の目的は,「平面図形における高さ」に注目し,「高さ」の概念の理解における現状の課題とその背景要因について明確化することである。そのために，平行四辺形と三角形の求積問題に関する質問紙調査を実施し，小学校第 6 学年から中学校における子どもの「高さ」の理解の状況や特徴，学年間や問題間の相違などから「高さ」の捉え方を横断的に分析して捉える。調査の結果，結論として次の 2 点が挙げられる。まず，子どもが「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする」傾向や,「「図形の内部に高さをとる」,「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある」という傾向の強さは図形によらないことである。次に，この傾向の強さの背景として,「高さ」の理解において,「底辺」との関係よりも「直角三角形」についての視覚的なイメージが影響している可能性が高いことである。

キーワード：高さ，平面図形，求積問題

1．問題と目的

⑴ 研究の背景：「高さ」の理解に関する現状

数学的な対象としての「高さ」は，現行学習指導要領の小学校第 5 学年『B「量と測定」⑴図形の面積』において「底辺」とともに定義される。これを踏まえて，対象を空間図形にまで広げて「底面」との関係で「高さ」を捉えることや，高等学校数学科における三角比の学習においてなど中等教育段階においても，繰り返し「高さ」に触れる機会がある。

先にも述べたように,「高さ」は「底辺」や「底面」との関係から捉えることが必要な概念である。また平行四辺形でいえば教科書などで示されるような，底辺が水平に配置された典型例に係わらない配置の図形においても変わらず捉えることができる必要がある。しかし，Yerushalmy ら（1990）や Laborde（1993）が指摘するように，図形の考察で，子どもは知覚的な要因に影響されやすく，困難を示す場合の考慮が必要である。ゆえに，図形の学習指導における図示での配慮が必要である。実態として，先にあげた典型例に関わらない配置の図形を板書において用いるなどの指導上の工夫がなされている。

平面図形における「高さ」の理解の現状について，平行四辺形や三角形の求積に関する学習を終えた子どもが,「斜辺を高さとして求積する」などの課題を抱えていることは，文部科学省が実施する全国学力学習状況調査（国立教育政策研究所，2007 ; 2008 ; 2012a）の結果からうかがわれる。一方で，平成 28 年度全国学力学習状況調査における小学校算数 A で出題された問題（図 1）では，正答率が 82.1% であり，「三角形の底辺と高さの関係について理解することは相当数の児童ができている」と述べられている（国立教育政策研究所，2016，p. 47)。また，同様の趣旨で出題されている平成 24 年

度における同調査の問題（国立教育政策研究所, 2012b）と比較し,「水平な辺を底辺としたときの方が, 高さを適切に判断することができる」と述べられている（国立教育政策研究所, 2016, p.48)。つまり「高さ」の概念の不必要な属性が含まれている児童が多数いる可能性があることを裏付ける結果である。よって「高さ」を理解しているとは言い難い現状であると筆者は考える。

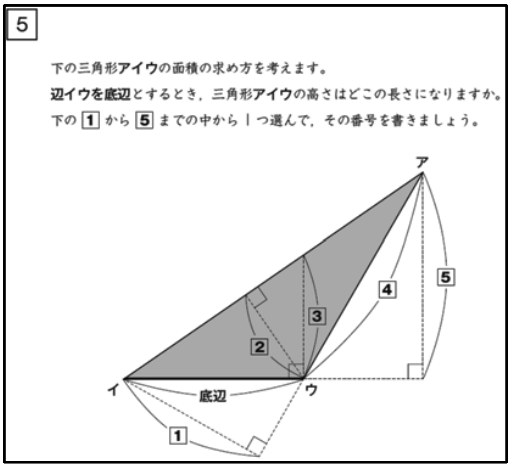

図 1　平成 28 年度全国調査　算数 A 5

このことは, 本研究の先行調査として位置づけられる辻（2017）が行った小学校第 6 学年から中学校第 3 学年に対する平行四辺形の求積に関する質問紙調査の結果からも明らかである。辻は「高さ」の理解に関して, 次のことを明らかにしている（p. 31)。

1）「高さ」の理解は十分でなく学年進行で下降傾向にあり, 中でも「高さと斜辺[註1]を混同している」子どもが, 小学校, 中学校ともに 3 割程度いる。
2）どの辺を「底辺」とするかは, 図形の配置ではなく, 長辺とする傾向が強い。
3）「長辺を底辺とする」背景には,「図形の内部に高さをとる」,「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある。

また今後の課題として, 三角形の求積との関係を明らかにすることを挙げている。高さが図形の外部にある三角形の場合では, 先に挙げた平成 28 年度調査では正答であっても, 上記 1）から 3）のような問題を抱えている児童・生徒には「高さ」を作図することができない可能性がある。

⑵ 研究の目的と方法

⑴より本研究は, 先行調査における課題の解決を目指し,「平面図形における高さ」に注目し, 現状の「高さ」の概念の理解における課題とその背景要因について明確化することを目的とする。

そのために, 平行四辺形と三角形の求積問題に関する質問紙調査を実施する。この結果より, 小学校第 6 学年から中学校における子どもの「高さ」の理解の状況や特徴, 学年間及び問題間の相違から,「高さ」の捉え方を横断的に分析する。

2．調査の計画と実施

⑴ 調査問題の構成と内容

1⑴で述べたように「高さ」は, 平面図形から空間図形にまで広げて義務教育段階でとらえられる必要から, 本調査の問題は,「算数・数学に対する態度」,「立方体と直方体の構成要素」,「平面図形の求積」,「空間図形の性質」,「構成要素間の位置関係」から構成されている。しかし本稿では, 1⑵で述べた目的より,「算数・数学に対する態度」及び「平面図形の求積」を考察の主な対象とし, その他の問題については取り上げないものとする。「算数・数学に対する態度」及び「平面図形の求積」の質問内容と目的は次の通りである。

①算数・数学に対する態度

対象者の基本情報（性別や生まれ月）及び算数・数学に対する嗜好（好き・嫌い）[註2]や有能感（得意・苦手）[註2]を質問し, 子どもの算数・数学に対する態度を把握する。

②平面図形の求積

提示された問題は, 辻（2017）の成果と課題を踏まえ, 平行四辺形や三角形の求積を求める

3種類の問題を設定している（図2～4）。図2は調査協力者に実際に提示した問題である。その他の図は，三角形の場合の問題に提示した図のみを示している。なお，問題提示の際には，図にあるような記号は付与していない。本稿での分析などにおける便宜上，付与している。

平行四辺形の求積は，辻（2017）と同じ問題であり，短辺と長辺の長さはそれぞれ5㎝と10㎝，対応する高さは8㎝と4㎝である。長さや図の配置について平行四辺形をこのように設定したのは，1）底辺を長辺と短辺のどちらを選択して高さを問題図に描き込んだとしても，測定結果がすべて整数値になる，2）短辺を問題図の下位に配置し，高さを問題図の外に描きやすい，ことに配慮したからである。また先行調査における結果との比較の観点を取り入れ，検討考察することができる。

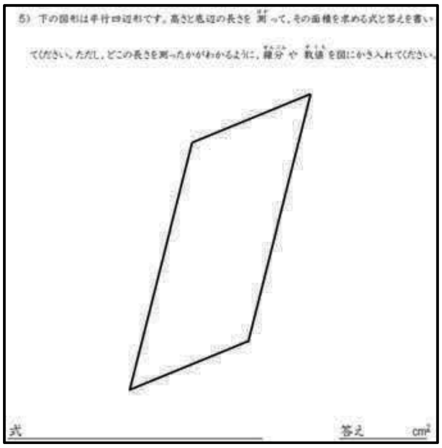

図2　調査問題：平行四辺形の場合

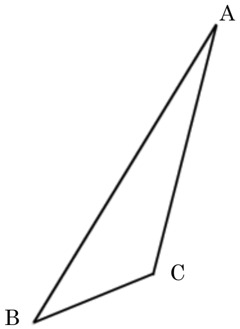

図3　三角形1

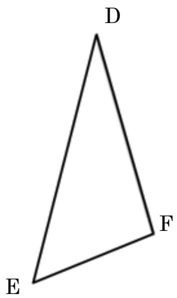

図4　三角形2

次に二つの三角形について，これらは先の平行四辺形を対角線で分割した図形である。三角形1は辺ABが，三角形2は辺DFがそれぞれ先の平行四辺形の対角線である。また辺ACと辺DEは平行四辺形の長辺（10㎝）に，辺BCと辺EFは平行四辺形の短辺（5㎝）にそれぞれ等しい。これは，辻（2017）の課題として，三角形の場合について，「高さ」の理解の状況が平行四辺形の場合と異なるのかという点に応えようとするものである。特に三角形2について，直角三角形のように見えることがどのように影響するかは，今回の平行四辺形の求積問題において，「対角線を高さとする」児童・生徒の状況と関連する。

「平面図形の求積」ではこれまでの調査と同様に，1）図に「高さ」を描き，「底辺」の長さと「高さ」を測定する（以下，「高さの作図」），2）求積のための式と答えを書く（以下，「求積問題」），の二つを求めている。

1）について，図中に示された情報から選択する形式での解答ではなく，子どもが「底辺」を決め，対応する「高さ」を描くことを求めることで，子どもが知覚的な要因と関わって抱えているだろう困難さを明らかにすることができると考える。本調査ではさらに，対象の特徴によって児童・生徒の「高さ」の捉え方が異なるのか，異なるのであれば，どのような特徴があるかを，問題への取り組みの違いによって考察することができると考える。

2）について，求積公式の理解状況を捉え，特に「高さ」を正しく描くことができていなくても，求積のための正しい式を用いている場合を把握することが，本研究の目的である「高さ」の理解を捉えることにつながると考える。このような子どもは，公式の意味を理解しているわけではなく，公式をそのまま当てはめれば解決できるような問題では正答と判断されるのみである。その状況を捉えることができると考える。

⑵ 調査方法

①調査協力者と実施時期

調査協力者は，北海道及び首都圏公立小・中

学校の児童・生徒 589 名である。学年等の内訳は以下の通りである。調査は，2017 年 6 月に実施した。

〈内訳〉

小学校第 6 学年 154 名（男 79 名，女 74 名，不明 1 名）

中学校第 1 学年 149 名（男 86 名，女 62 名）

中学校第 2 学年 145 名（男 79 名，女 66 名）

中学校第 3 学年 141 名（男 69 名，女 72 名）

②調査の実施方法

調査問題はすべて A4 用紙に印刷して冊子にし，児童・生徒に配布している。実施においてはページごとに時間を区切って実施し，前のページには戻らないようにしている。各ページの内容と時間配分は，「算数・数学に対する態度」及び「立方体と直方体の構成要素」（1 枚目）を合わせて 2 分，「平面図形の求積」（2 枚目）を 3 分である。調査の進行について，小学校はクラス担任，中学校では数学科担当教員に依頼し，各問題の時間配分ならびに進行の手順については，それぞれの担当から児童・生徒に知らせている。なお，「平面図形の求積」では定規を使うこと，問題等についての質問には応えず，児童・生徒自身が思うように回答すること，の指示を出すことを加えて依頼している。

3．質問紙調査の結果

質問紙調査の結果とこれより推測される児童・生徒の「高さ」の理解について，以下に整理・分析・考察する。

なお，本稿における分析では，検定などの統計的な手法は用いず，各問題の類型別の反応率及び問題間のクロス集計，特定の類型に含まれる児童に注目した解答に対する質的分析などの結果を解釈することなどの方法によって進めることとする。

⑴ 算数・数学に対する態度

調査対象の算数に対する嗜好（「あなたは算数が好きですか」，5 件法）及び，有能感（「あなたは算数が得意ですか」，5 件法）に関する結果は表 1 及び表 2 の通りである。

調査協力者の算数・数学に対する嗜好について，好き（1・2）と嫌い（4・5）を合わせた結果から，小学校第 6 学年が「算数を好き」な対象が最も多く，学年を追って低くなる傾向にある。これに対して有能感は，得意（1・2）と苦手（4・5）を合わせた結果から，小学校第 6 学年が「算数が得意」な対象が最も多いことは嗜好と同じであるが，中学校第 2 学年において，「数学を苦手」と考える生徒が最も多くなっている。

表 1　算数・数学に対する嗜好（調査数　589 名）

	1	2	3	4	5	0
小 6	39（25）	37（24）	49（32）	17（11）	11（7）	1（1）
	76（49）			28（18）		
中 1	24（16）	38（26）	62（42）	20（13）	5（3）	0（0）
	62（42）			25（17）		
中 2	8（6）	41（28）	70（48）	16（11）	10（7）	0（0）
	49（34）			26（18）		
中 3	14（10）	22（16）	64（45）	24（17）	17（12）	0（0）
	36（26）			41（29）		

※数字は該当する児童・生徒数.（）内は児童・生徒それぞれの調査数に占める割合（%）を示す（以下，表は同様）．選択肢は次の通りである。

〈嗜好〉1：とても好き。
2：好き。
3：ふつう。
4：嫌い。
5：とても嫌い。
0：無回答あるいは無効な回答。

表 2　算数・数学に対する有能感（調査数　589 名）

	1	2	3	4	5	0
小 6	33（21）	29（19）	48（31）	31（20）	12（8）	1（1）
	62（40）			43（28）		
中 1	10（7）	34（23）	43（29）	38（26）	22（15）	2（1）
	44（30）			60（40）		
中 2	4（3）	19（13）	45（31）	47（32）	30（21）	0（0）
	23（16）			77（53）		
中 3	9（6）	25（18）	43（30）	32（23）	32（23）	0（0）
	34（24）			64（45）		

※選択肢は次の通りである。

〈有能感〉1：得意。
2：まぁまぁ得意。
3：ふつう。
4：少し苦手。
5：とても苦手。
0：無回答あるいは無効な回答。

⑵ 平面図形の求積

平面図形の求積の３種類それぞれの問題に取り組んだ対象の数は，表３の通りである。

表３　平面図形の求積：問題別人数（調査数　589 名）

学年	平行四辺形	三角形１	三角形２
小学校第６学年	53	50	51
中学校全体	154	142	139
内訳　第１学年	53	48	48
第２学年	50	45	50
第３学年	51	49	41

各問題の人数及び調査対象の等質性については，本稿では取り上げない他の問題の結果を含めた分析などから，おおむね均質であるといえる。これより，それぞれの問題で取り組んでいる調査対象は異なるが，それぞれの解答状況の比較の分析においては，対象の違いを考慮する必要性はないと考える。

①平行四辺形の場合

平行四辺形の求積に関する問題における「高さの作図」の結果は表４の通りである。

表４　高さの作図（平行四辺形の場合）（調査数　207 名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	9	0
小６	22（42）	9（17）	7（13）	2（4）	9（17）	4（8）
中１	13（25）	9（17）	24（45）	0（0）	5（9）	2（4）
中２	13（26）	6（12）	23（46）	0（0）	5（10）	3（6）
中３	9（18）	4（8）	25（49）	1（2）	6（12）	6（12）

※各解答類型の内容は以下の通りである。
　1：長辺を底辺にして高さをとる（正答）。
　2：短辺を底辺にして高さをとる（正答）。
　3：短辺と長辺（あるいはその逆）で底辺と高さとする。
　4：短辺を底辺として対角線をひき，高さとする。
　9：上記以外。
　0：無解答。

まず正答に関して類型１と類型２を合わせた結果，各学年の正答率は，小学校第６学年で 59％，中学校第１学年で 42％，第２学年で 38％，第３学年で 26％ であり，学年進行で下降傾向にある。また，類型１と類型２の比較から，本問題の平行四辺形において「底辺」を長辺とする児童・生徒が多い傾向にあり，「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする傾向が強い。」といえる。これは先行調査の結果と一致する。

次に誤答に関して「高さと斜辺を混同している」点について類型３の反応率をみると，先行調査よりも本調査における小学校第６学年は低く，中学校は高い結果である。このことから，「高さ」の概念が空間図形にまで拡張される中学校において特に，不安定な状態になる傾向にあることがうかがわれる。また類型９の解答として，測定したと考えられる辺などに印はあるが，測定値が書き込まれていない場合や，図５のような図下部に直角三角形とみられる形を描くなど，底辺と考える辺に直交する線分を正しく作図できていなかったりする場合が含まれる。また，対角線やどこにも直交しない線分を引き，長辺と短辺などすべての線分を測定している場合が含まれる。

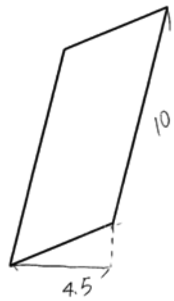

図５　解答例

次に求積問題の結果は表５の通りである。

表５　求積問題（平行四辺形の場合）（調査数　207 名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	9	0
小６	22（42）	12（23）	10（19）	0（0）	6（11）	3（6）
中１	14（26）	9（17）	17（32）	7（13）	6（11）	0（0）
中２	14（28）	6（12）	17（34）	5（10）	7（14）	1（2）
中３	9（18）	3（6）	20（39）	7（14）	7（14）	5（10）

※各解答類型の内容は以下の通りである。
　1：10×4＝40（正答）。
　2：5×8＝40（正答）。
　3：10×5 あるいは 5×10。
　4：異なる図形の求積公式を用いている。
　9：上記以外。
　0：無解答。

まず正答に関して類型１と類型２を合わせた結果は，各学年の正答率は，小学校第６学年で 65%，中学校第１学年で 43%，第２学年で 40%，第３学年で 24% であり，「高さの作図」と同様に，学年進行でおおむね下降傾向にある。

次に誤答に関して，「高さと斜辺を混同している」点について類型 3 の反応率が高い結果である。また，類型 9 については，先述の 3 つの辺や対角線などの線分をすべて測定している場合，それらを含む計算や台形の公式にはなっていないが加法を含む計算などが含まれている。

更に平行四辺形についての「高さの作図」と「求積問題」の間の関係から，両方の問題を正答している児童・生徒は，小学校第 6 学年で 57%，中学校第 1 学年で 42 %，第 2 学年で 38%，第 3 学年で 24% でああり，学年進行でおおむね下降傾向にある。

それぞれの問題における類型 1 から 3 は対応しているが，いくつかの学年で反応率が一致していない結果となっている。例えば，「高さの作図」の類型 3「短辺と長辺（あるいはその逆）で底辺と高さとする。」に含まれる児童・生徒は，「求積問題」の類型 3「10×5 あるいは 5×10。」に対応する解答が想定される。しかし，実際に含まれる児童は 3 名増加し，中学校においては，すべての学年において 1 割程度減少している。これについて，小学校では「高さの作図」で，図 6 のような類型 9 に含まれる児童が，「求積問題」における類型 3 に 2 名含まれる。これに対して中学校では，「高さの作図」問題で長辺と短辺の組み合わせで底辺と高さとしていた生徒が，「求積問題」では三角形の求積公式を書いているなど類型 4「異なる図形の求積公式を用いている」に属している。

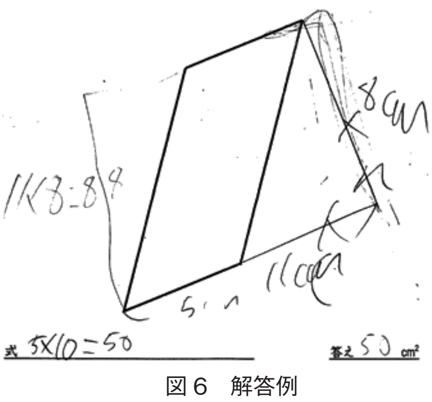

図 6　解答例

②三角形 1 の場合

三角形 1 の求積に関する問題における「高さの作図」の結果は表 6 の通りである。

表 6　高さの作図（三角形 1 の場合）（調査数 192 名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	5 正答	9	0
小 6	2 (4)	12 (24)	9 (18)	0 (0)	13 (26)	12 (24)	2 (4)
中 1	1 (2)	5 (10)	8 (17)	0 (0)	13 (27)	19 (40)	2 (4)
中 2	0 (0)	1 (2)	17 (38)	0 (0)	11 (24)	13 (29)	3 (7)
中 3	0 (0)	6 (12)	16 (33)	2 (4)	11 (22)	9 (18)	5 (10)

※各解答項目の内容は以下の通りである。
1：辺 AC を底辺にして高さをとる（正答）。
2：辺 BC を底辺にして高さをとる（正答）。
3：辺 AC と辺 BC（あるいはその逆）で底辺と高さとする。
4：辺 BC を底辺として，辺 AC となす平行四辺形の対角線をひき，高さとする。
5：辺 AB を底辺として高さをとる（正答）。
9：上記以外。
0：無解答。

まず正答に関して類型 1 及び 2，5 を合わせた結果，各学年の正答率は，小学校第 6 学年で 54 %，中学校第 1 学年で 39 %，第 2 学年で 26%，第 3 学年で 34% であり，学年進行でおおむね下降傾向にある。また，類型 1 及び 2，5 の反応率を比較すると，三角形 1 において「底辺」を一番長い辺 AB とする類型 5（図 7）の反応率が高い結果となっている。これより，平行四辺形の場合と同様に，三角形においても「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする傾向が強い」ことや「図形の内部に高さをとる」，「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」

図 7　解答例

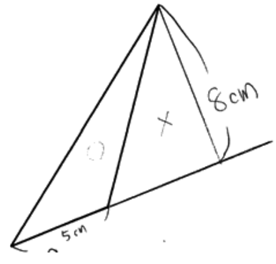

図 8　解答例

という考えが強くあることがうかがわれる。一方で小学校第6学年では，辺BC（短辺）を底辺とする児童の反応率も高く，これらの児童はすべて「高さ」を図形の外部に描いている（図8)。この結果や学年進行に伴い下降傾向にあることから，「高さ」は「図の内部にある」という傾向は，中学校生徒の方が強いといえる。

次に誤答に関して類型3の反応率をみると，三角形の求積においても2割から3割程度の児童・生徒が長辺と短辺を測定する結果である。このことから,長辺とこれに隣り合う短辺を「底辺と高さ」として測定している結果となっている。これは平行四辺形の求積における「高さと斜辺を混同している」ことと同様の状態にある児童・生徒が一定数いることを表している。また類型9の解答として，すべての辺の長さを測定している場合や，図9のように図下部に直角三角形を作ろうとする場合が含まれている。

図9　解答例

次に求積問題の結果は表7の通りである。

表7　求積問題（三角形1の場合）（調査数192名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	5 正答	9	0
小6	2 (4)	13 (26)	11 (22)	1 (2)	13 (26)	8 (16)	2 (4)
中1	1 (2)	3 (6)	7 (15)	8 (17)	11 (23)	17 (35)	1 (2)
中2	0 (0)	1 (2)	14 (31)	7 (16)	7 (16)	8 (18)	8 (18)
中3	0 (0)	7 (14)	14 (29)	4 (8)	12 (24)	7 (14)	5 (10)

※各解答項目の内容は以下の通りである。
1：10×4÷2＝20（正答)。
2：5×8÷2＝20（正答)。
3：10×5÷2あるいは5×10÷2。
4：異なる図形の求積公式を用いている。
5：辺ABの測定値とこれに対する「高さ」の測定値を用いている（正答)。
9：上記以外。
0：無解答。

まず正答に関して類型1及び2，5を合わせた結果，各学年の正答率は，小学校第6学年で56%，中学校第1学年で31%，第2学年で28%，第3学年で38%である。

次に誤答に関して,類型3の反応率をみると,長辺と短辺を「底辺と高さ」として求積している児童・生徒が多い結果となっており,これは,「高さの作図」の結果と一致している。また類型9については，すべての辺の長さを用いた計算が含まれている場合や，図からどこを測定したか判断できないために，どの測定値を使っているか判定できない場合などが含まれている。

更に三角形1についての「高さの作図」と「求積問題」の間の関係からみると両方の問題を正答している児童・生徒は，小学校第6学年で54%，中学校第1学年で29%，第2学年で16%，第3学年で34%であり，第2学年が最も低い結果となっている。

それぞれの問題における類型1から3及び5は対応しているが，いくつかの学年で反応率が一致していない結果となっている。特に,「高さの作図」において類型9に含まれる児童・生徒数が,「求積問題」においては減少している傾向が，すべての学年においてみられる。これについて，小学校においては,「求積問題」において類型2に1名，類型3に2名含まれている。このうち類型2の1名は,「高さの作図」において辺BCを延長しているものの高さを描いていないが，定規などを使って，高さに相当する線分の長さを測定していることが考えられ，高さの理解ができていることがうかがわれ

図10　解答例

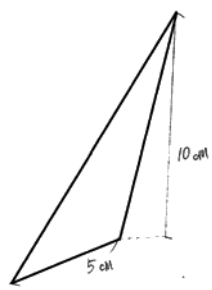

図11　解答例

る。これに対して，類型3に含まれている児童は，辺ACと辺BC（あるいはその逆）で底辺と高さとしているわけではなく，図10や図11のように，「高さ」に対してあいまいなイメージをもっていることがうかがわれる。これに対し，中学校においてはほとんどの生徒が類型0に含まれている。

③三角形2の場合

三角形2の求積に関する問題における「高さの作図」の結果は表8の通りである。

表8　高さの作図（三角形2の場合）（調査数190名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	5 正答	9	0
小6	13 (25)	2 (4)	2 (4)	22 (43)	0 (0)	8 (16)	4 (8)
中1	7 (15)	3 (6)	2 (4)	18 (38)	0 (0)	13 (27)	5 (10)
中2	7 (14)	1 (2)	1 (2)	27 (54)	0 (0)	11 (22)	3 (6)
中3	7 (17)	4 (10)	1 (2)	17 (41)	0 (0)	11 (27)	1 (2)

※各解答項目の内容は以下の通りである。
1：辺DEを底辺にして高さをとる（正答）。
2：辺EFを底辺にして高さをとる（正答）。
3：辺DEと辺EF（あるいはその逆）で底辺と高さとする。
4：辺EFと辺DFで（あるいはその逆）で底辺と高さとする。
5：辺DFを底辺として高さをとる（正答）。
9：上記以外。
0：無解答。

まず正答に関して類型1及び2，5を合わせた結果，各学年の正答率は，小学校第6学年で29%，中学校第1学年で21%，第2学年で16%，第3学年で27%であり，学年進行でおおむね下降傾向にある。また，類型1及び2の反応率の比較から，三角形2において「底辺」を辺DEとする児童・生徒が多く，「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする傾向が強い」といえる。これより，平行四辺形や様々な三角形において「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする傾向が強い」ことや「図形の内部に高さをとる」，「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えが強くあるといえる。

次に誤答に関して「長辺と短辺を底辺と高さとする」類型3の反応率は低く，類型4の反応率が高い結果である。これは三角形2においては∠DFEが直角のように見えることから，視覚的な情報に影響される傾向が強いといえ，類型3の反応率が低いことや，類型5に含まれる児童・生徒がいなかったことに関わっていることがうかがわれる。また類型9の解答として，すべての辺の長さを測定している場合が多く含まれている。その他，図12のように，底辺に対して直交する線分を作図できていないものなど不十分な作図が含まれている。

図12　解答例

次に求積問題の結果は表9の通りである。

表9　求積問題（三角形2の場合）（調査数190名）

類型	1 正答	2 正答	3	4	5 正答	9	0
小6	13 (25)	25 (49)	2 (4)	3 (6)	0 (0)	6 (12)	2 (4)
中1	6 (13)	18 (38)	3 (6)	10 (21)	0 (0)	11 (23)	0 (0)
中2	8 (16)	25 (50)	1 (2)	3 (6)	0 (0)	7 (14)	6 (12)
中3	7 (17)	20 (49)	1 (2)	4 (10)	0 (0)	6 (15)	3 (7)

※各解答項目の内容は以下の通りである。
1：10×4÷2＝20（正答）。
2：5×8÷2＝20（正答）。
3：10×5÷2あるいは5×10÷2。
4：異なる図形の求積公式を用いている。
5：辺DFの測定値とこれに対する高さの測定値を用いている（正答）。
9：上記以外。
0：無解答。

まず正答に関して類型1及び2，5を合わせた結果は，小学校第6学年で74%，中学校第1学年で51%，第2学年で66%，第3学年で66%であり，特に類型2の反応率が高い結果となっている。

次に誤答に関して類型9については，すべての辺の長さを含む計算や，どの部分の測定値を使っているかわからない場合などが含まれる。更に三角形2についての「高さの作図」と「求積問題」の間の関係からみると，両方の問題を正答している児童・生徒は，小学校第6学年で29%，中学校第1学年で21％，第2学年で18%，第3学年で24%であり，第2学年が最も低い結果となっている。

それぞれの問題における類型1から3及び5は対応しているが，特に，それぞれの問題の類型2の反応率について,大きな違いがみられる。これについて,「高さの作図」において類型4「辺EFと辺DF（あるいはその逆）で底辺と高さとする。」に含まれる児童・生徒が,「求積問題」の類型2に多く含まれている。これは辺DFがおおよそ8㎝であり，辺EFと辺DFが直交しているように視覚的にみえること，辺EFを底辺とした場合の本来の「高さ」と同じ長さとなるためであると推測される。よってこれらの児童・生徒を除くと，実質的な正答率は，表8とほぼ一致する。

4．考察

(1) 算数・数学に対する態度と解答状況の関連

各学年において，各問題に正答している／いないそれぞれの児童・生徒数に対する，算数・数学に対する態度における肯定的な反応を示す児童・生徒数の割合をみると，各学年間，および「高さの作図」と「求積問題」の間で違いがみられる（表10)。

まず嗜好について，学年が上がるにつれて下降する傾向にある。また正答している児童・生徒の方が肯定的な反応を示す傾向があり，特に「高さの作図」において強い傾向がみられる。しかし「求積問題」では，特に中学校において正答している生徒が肯定的な反応を示す割合が低い結果である。特に中学校第1学年や第2学年では，差が見られないことから,「数学を好きである」が問題解決に取り組むことおいて好ましい影響を持っているとは言い難い結果となっている。

表10 算数・数学に対する態度と解答状況の関連
（調査数 589名）

嗜好性	高さの作図		求積問題	
	正答	誤答	正答	誤答
小6	62	39	56	35
中1	51	37	44	40
中2	51	27	36	32
中3	46	17	32	20
有能感	高さの作図		求積問題	
	正答	誤答	正答	誤答
小6	52	30	48	25
中1	41	23	30	29
中2	26	12	11	19
中3	41	16	34	16

※各問題について正答／誤答それぞれの児童・生徒数に対する，算数・数学に対する態度における肯定的な反応を示す児童・生徒数の割合（%)。

次に有能感について，「高さの作図」においては正答している児童・生徒の方が，肯定的な反応を示す傾向にある。しかし，中学校第2学年では26%など，正答している生徒が自信をもって答えているとは言い難い結果である。特に「求積問題」では正答である児童・生徒でも肯定的な反応を示している割合は低い。特に中学校第2学年で正答と誤答で割合が逆転するなど，正答している生徒においても，算数・数学の問題解決に対して不安を感じている様がうかがわれる。

嗜好と有能感ともに，肯定的な反応を示している誤答の児童・生徒の特徴を見ると，平行四辺形の問題で斜辺に注目したり，三角形の問題で隣り合う2辺を測定し求積する解答をしていたりする場合が多くみられる。これらの児童・生徒は,それぞれの求積公式は覚えているが「高さ」を「底辺」との関係によって捉えられておらず，正方形や長方形の求積公式から発展できていないことが想定される。

(2)「高さ」及び平面図形の求積の理解

すべての学年において「高さ」及び平行四辺形・三角形の求積についての理解は十分でな

く，どの問題も学年進行でおおむね下降傾向にあることから，継続的な図形学習を通して「高さ」に繰り返し触れているにも拘わらず，理解が深まっているとは言えないことが改めて明らかである。

さらに，先行調査における「底辺」を長辺とみる傾向や，「高さ」を図の内部に取るという傾向は，平行四辺形と同様に，三角形においてもみられることが本調査において明らかとなっている。加えて，「底辺」と「高さ」が直交していることは認識していても，三角形 2 の問題にみられるように，「直交している」ように見えることに大きく影響されることは，図形の考察や証明の構成において，仮定やそこから導き出される条件に基づいて論を展開できない児童・生徒が多数存在することが推測される。加えて，「高さを図の外部に取る」場合について，図 5 及び図 9 に見られたような，「直角三角形がどこかにできる」という認識でとどまっている状態にある児童・生徒の存在は，今回新たに見出された課題である。これらは，教科書における図 13 などから「直角三角形が付け加えられている」ことをイメージしていると考えられるが，「なぜ直角三角形がそこにみえるのか」という部分については理解できていない状況にある。この点は，指導上での改善の取り組みが必要であると考えられる。

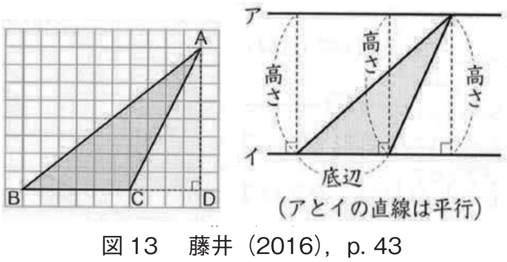

図 13　藤井（2016），p. 43

5．結論と今後の課題

本稿の目的は，平行四辺形の求積問題への取り組みを通して「高さ」の理解について実証的に検討・考察した先行調査における課題を解決するため，三角形の求積への取り組みについて同様の調査を行い，児童・生徒に対して横断的に調査することで，「高さ」の概念の理解における課題とその背景要因について明確化することを目的とするものである。この結果，次のことが明らかとなっている。

・三角形の求積においても平行四辺形の求積と同様に，「どの辺を「底辺」とするかは，図形の配置ではなく，長辺とする」傾向や，「「図形の内部に高さをとる」，「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある」という傾向が強い。

・先の背景として，「高さ」の理解において，「底辺」と直交しているという関係性よりも「直角三角形」についての視覚的なイメージが影響している可能性が高い .

また，学年進行に伴う正答率の低下について算数・数学に対する態度の影響が考えられる。特に正答している児童・生徒が必ずしも自信をもって問題解決に取り組めている状況にない結果であることは，自分自身で問題解決を振り返り，結果を吟味するプロセスを進めることができないと想定される。さらに，小学校と中学校の図形領域における内容の違いから「高さ」が空間図形にまで拡張した際の検討を行う必要があると考えられ，これは今後の課題である。

謝辞

本調査には，北海道，首都圏内小学校及び中学校の児童・生徒並びに先生方にご協力いただきました。この場を借りて深くお礼申し上げます。

註

註 1：「斜辺」の用語について，本来，数学的には直角三角形の直角をなす頂点に対する対辺を意味する。しかし全国学力学習状況調査の報告書等で，本稿と同様の意味で用いられていることから，本稿では平行四辺形の底辺に隣接する辺を意味す

るとして扱う。

註 2 :「嗜好」や「有能感」について，本研究では一般的な意味で用いている。認知心理学等で学問的に定義されている意味として用いていない。

付記

本研究は，科学研究費補助金基盤研究 C（課題番号16K04783）の支援を受けて行われている。

引用・参考文献

藤井斉亮（代表）（2016）. 新編新しい算数 5 下 . 東京書籍.

国立教育政策研究所（2007）. 平成 19 年度全国学力・学習状況調査 小学校 解説資料 . http://www.nier.go.jp/tyousa/07kaisetsu_shou_sansuu.pdf（2017 年 7 月 1 日最終確認）.

国立教育政策研究所（2008）. 平成 20 年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書 . http://www.nier.go.jp/08chousakekkahoukoku/index.htm（2017 年 7 月 1 日 最終確認）.

国立教育政策研究所（2012a）. 全国学力・学習状況調査の 4 年間の調査結果から今後の取組みが期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～小学校編. http://www.nier. go.jp/4nenmatome/（2017 年 7 月現在）.

国立教育政策研究所（2012b）. 平成 24 年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書. http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/03shou_houkokusho.htm（2017 年 7 月 1 日最終確認）.

国立教育政策研究所（2016）. 平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書 小学校算数 . http://www.nier.go.jp/16chousakekkahoukoku/report/data/16pmath.pdf（2017 年 7 月 1 日最終確認）.

Laborde, C.（1993）. The computer as part of the learning environment : the case of geometry. In C. Keitel & K. Ruthven（Eds.）, *Learning from Computers, Mathematics Education and Technology,*（pp. 48-67）: Springer-Verlag.

辻宏子（2017）. 児童・生徒の「高さ」の理解に関する考察―平行四辺形の求積問題に関する横断的調査より―. 心理学紀要（明治学院大学）, 27, 23-33.

Yerushalmy, M. & Chazan, D.（1990）. Overcoming visual obstacles with the aid of the supposer, *Educational Study in Mathematics, 21*（3）, 199-219, Springer.

A Study on Children's Understanding about "Height" 2

Hiroko TSUJI
(Faculty of Psychology, Meiji Gakuin University)

Abstract

The purpose of this study is to examine the state of children's understanding about "Height". In this study, a survey was carried out : Cross-sectional survey for examining the state of children's understanding about "Height" through problem solving for geometrical construction and measuring the area of planar figures. Conclusion of this study is the following two points. 1) Regardless of the type of planar figure, children has a strong tendency to recognize the long side as the bottom. 2) as a background of the strength of this tendency in understanding "height", there is a high possibility that the visual image of "right triangle" is more influential than the relation with bottom side".

Key words : Height in planar figure, Quadrature problem